$$\begin{cases} a=1 \\ b-3a=-3 \Rightarrow b=3a-3=0 \\ c-3b=-4 \\ -3c=12 \Rightarrow c=-4 \end{cases}$$

Donc $\boxed{a=1, b=0, c=-4}$

D'où $P(x)=(x-3)(x^2-4)$

2) $P(x)=0 \Leftrightarrow (x-3)(x^2-4)=0$

$\Leftrightarrow x=3$ Où $x^2=4$

$\Leftrightarrow x=3$ où $x=2$ où $x=-2$

$S=\{-2,2,3\}$

3) $e^{3x}-3e^{2x}-4e^x+12=0$

$\Leftrightarrow (e^x)^3-3(e^x)^2-4e^x+12=0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} X^3-3X^2-4X+12=0 \\ X=e^x \end{cases}$$

$\Leftrightarrow e^x=-2$ ou $e^x=2$ ou $e^x=3$.

On a : $e^x=-2<0$ impossible car $e^x>0 \ \forall x\in\mathbb{R}$.

Donc : $e^x=2$ ou $e^x=3 \Leftrightarrow x=\ln 2$ où $x=\ln 3$.

$S=\{\ln 2, \ln 3\}$

Exercice 6

*/ $\ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)=2$. Cette équation existe si $\frac{x+1}{x+2}>0$

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$
$x+1$	$-$	$-$	0	$+$
$x+2$	$-$	0	$+$	$+$
$\frac{x+1}{x+2}$	$+$	0 ‖	$-$	0 $+$

Pour $x\in\ ]-\infty,-2[\cup]-1,+\infty[\ =J$

On a : $\ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)=2 \Leftrightarrow \frac{x+1}{x+2}=e^2$

$\Leftrightarrow (x+1)=e^2(x+2)$

$\Leftrightarrow x-e^2x=2e^2-1$

$\Leftrightarrow x(1-e^2)=2e^2-1$

$\Leftrightarrow x=\frac{2e^2-1}{1-e^2}$

$\frac{2e^2-1}{1-e^2}=\frac{2(e^2-1)+1}{1-e^2}$

$=-2+\frac{1}{1-e^2}=-2-\underbrace{\frac{1}{e^2-1}}_{\text{positif}}<-2$

donc $x=\frac{2e^2-1}{1-e^2}\in J$

(On peut utiliser la calculatrice pour vérifier que $\frac{2e^2-1}{1-e^2}<-2$)

Donc $S=\left\{\frac{2e^2-1}{1-e^2}\right\}$

*/ $e^{3x+4}=4 \Leftrightarrow 3x+4=\ln 4, x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow 3x=\ln 4-4=\ln 2^2-4=2\ln 2-4$

$\Leftrightarrow x=\frac{2\ln 2-4}{3}=\frac{2(\ln 2-2)}{3}$

$S=\left\{\frac{2}{3}(\ln 2-2)\right\}$.

*/ $e^x-e^{-x}=\frac{15}{4}, x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow e^x(e^x-e^{-x})=\frac{15}{4}e^x$

$\Leftrightarrow (e^x)^2-1=\frac{15}{4}e^x$

$\Leftrightarrow 4(e^x)^2-15e^x-4=0$

$\Delta=(-15)^2+64=289=17^2$

Donc :

$e^x=\frac{15+17}{8}=4$ ou $e^x=\frac{15-17}{8}<0$ impossible.

$\Rightarrow x=\ln 4=2\ln 2$

Donc $S=\{2\ln 2\}$

*/ $e^{2x}-4e^x-5=0$ on a $a-b+c=0$

Donc $e^x=-1$ ou $e^x=5$